

Методика оценивания диагностических работ  
обучающихся-участников отбора в 7-е  
классы с углубленным изучением отдельных  
(математических) учебных предметов  
«Математические классы Подмосковья»

18 апреля 2024 года

# Таблица 1 – Распределение заданий по содержательным разделам (темам) и уровням сложности

№ п/п	Содержательные разделы (темы)	Номера заданий	Уровень сложности
1	Числа и вычисления	1	Базовый
2	Уравнения и неравенства	2	Базовый
3	Решение текстовых задач	3	Базовый
4	Представление данных	4, 5	Базовый
5	Представление данных	6	Повышенный
6	Наглядная геометрия	7, 8	Повышенный

# Таблица 2 – Распределение заданий по видам проверяемых умений

№ задания	Проверяемые умения
1	Выполнение арифметических действий с любыми видами дробей, вычислять значения числовых выражений; переход от одной формы записи чисел к другой
2	Составление буквенных выражений и формул по условиям задач. Нахождение корня линейного уравнения
3	Решение задач, связанных со следующими темами: движение, работа, доли и пропорциональность величин
4	Умение работать с графическим представлением информации в виде диаграмм, графиков. Нахождение неизвестной величины с помощью диаграмм, графиков
5-6	Решение нестандартных задач с использованием элементов комбинаторики, логики, теории чисел
7	Решение геометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, площадей, объемов)
8	Решение простейших геометрических задач на доказательство

# Система оценивания

**Задания 1, 2, 4** оцениваются в **2 балла**. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания и полностью совпадает с эталоном ответа.

**Задания 3, 5** оцениваются в **3 балла**.

# Система оценивания

Задания 6–8 с развёрнутым ответом проверяются по критериям экспертами.

№ задания	Проверяемые элементы содержания	Максимальный балл
6	Решение нестандартных задач с использованием элементов комбинаторики, логики, теории чисел.	4 балла
7	Решение геометрических задач на нахождение геометрических величин (длин, площадей, объемов).	4 балла
8	Решение простейших геометрических задач на доказательство	5 баллов

# Задание №6:

Максимальная оценка за задания 6, 7 составляет 4 балла, если ответ полностью соответствует заданным критериям. При арифметической ошибке в заданиях 6-8 задание оценивается на 1 балл ниже предусмотренных максимальных баллов.

## Пример:

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

На свой день рождения Катюша купила в магазине 2 торта, 10 пирожных, несколько упаковок сока по 96 руб. 20 коп. и несколько коробок с салфетками по 30 руб. На кассе продавщица сказала, что общая сумма покупки Катюши составляет 793 руб. 15 коп. Катюша сказала продавщице, что такое невозможно и попросила пересчитать стоимость покупки. Оказалось, что на кассе действительно допустили ошибку. Как Катюша догадалась, что стоимость посчитана неверно?

## Пример:

### **Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

На свой день рождения Катюша купила в магазине 2 торта, 10 пирожных, несколько упаковок сока по 96 руб. 20 коп. и несколько коробок с салфетками по 30 руб. На кассе продавщица сказала, что общая сумма покупки Катюши составляет 793 руб. 15 коп. Катюша сказала продавщице, что такое невозможно и попросила пересчитать стоимость покупки. Оказалось, что на кассе действительно допустили ошибку. Как Катюша догадалась, что стоимость посчитана неверно?

**Основная идея задачи** – применение знаний о четности суммы и разности при решении задач, применение знаний о делимости числа.

При наличии **четного количества нечетных элементов** разности или суммы, результат получается **четным**.

При наличии **нечетного количества нечетных элементов** разности или суммы, результат получается **нечетным**

## Пример:

### **Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

На свой день рождения Катюша купила в магазине 2 торта, 10 пирожных, несколько упаковок сока по 96 руб. 20 коп. и несколько коробок с салфетками по 30 руб. На кассе продавщица сказала, что общая сумма покупки Катюши составляет 793 руб. 15 коп. Катюша сказала продавщице, что такое невозможно и попросила пересчитать стоимость покупки. Оказалось, что на кассе действительно допустили ошибку. Как Катюша догадалась, что стоимость посчитана неверно?

## Возможные ошибки при решении:

- 1. Подбор** возможной стоимости одного торта, одного пирожного, а также количества упаковок сока и коробок с салфетками, **оценивается в ноль баллов**. **Подобный вариант может быть засчитан на полный балл** только в случае, если рассмотрены все возможные варианты четности чисел, обозначающих стоимость и количество угощений.

### Пример:

#### **Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

На свой день рождения Катюша купила в магазине 2 торта, 10 пирожных, несколько упаковок сока по 96 руб. 20 коп. и несколько коробок с салфетками по 30 руб. На кассе продавщица сказала, что общая сумма покупки Катюши составляет 793 руб. 15 коп. Катюша сказала продавщице, что такое невозможно и попросила пересчитать стоимость покупки. Оказалось, что на кассе действительно допустили ошибку. Как Катюша догадалась, что стоимость посчитана неверно?

### Возможные ошибки при решении:

2. Подбор возможной стоимости одного торта, одного пирожного, а также количества упаковок сока и коробок с салфетками. **Расчет общей суммы покупки, соответствующий заданной стоимости, что обозначает допущение арифметической ошибки.** Решение задачи подобным образом **оценивается в 0 баллов.**

# Верное решение задачи №6:

Катюша купила четное количество тортов и пирожных. Соответственно, какова бы ни была их стоимость, общая сумма покупки тортов и пирожных будет четной.

Стоимости упаковки сока и коробок с салфетками представляют собой четные числа. При любом количестве купленных упаковок сока и коробок салфеток, стоимость их покупки будет четной.

Соответственно, сумма покупки тортов, пирожных, упаковок сока и коробок с салфетками представляет собой сумму двух четных чисел, что равно четному числу.

Однако сумма, названная продавщицей – нечетное число.

# Критерии оценки задания №6

**+1 балл** ставится при наличии выводов о четности покупки тортов и пирожных

**+1 балл** ставится при наличии выводов о четности покупки упаковок сока и коробок с салфетками

**+2 балла** ставится при наличии общих выводов о четности общей суммы покупки и ее несоответствии с названным числом

**Итог: 4 балла**

# Задание №7

Максимальная оценка за задания 6, 7 составляет 4 балла, если ответ полностью соответствует заданным критериям. При арифметической ошибке в заданиях 6-8 задание оценивается на 1 балл ниже предусмотренных максимальных баллов.

## Пример:

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

На покраску кубика размером  $2 \times 2 \times 2$  (см) потребовалось 2 грамма краски. Сколько краски потребуется на покраску кубика размером  $6 \times 6 \times 6$  (см)?

## Пример:

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

На покраску кубика размером  $2 \times 2 \times 2$  (см) потребовалось 2 грамма краски. Сколько краски потребуется на покраску кубика размером  $6 \times 6 \times 6$  (см)?

**Основная идея задачи** – расчет площади поверхности кубиков различного объема.

$$S_{\text{поверхности куба}} = a^2 \times 6$$

$a$  – длина стороны кубика

## **Пример:**

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

На покраску кубика размером  $2 \times 2 \times 2$  (см) потребовалось 2 грамма краски. Сколько краски потребуется на покраску кубика размером  $6 \times 6 \times 6$  (см)?

**Возможные ошибки при решении:**

1. Расчет объема куба вместо площади поверхности.
2. Арифметические ошибки при расчете площади поверхности или иных необходимых для решения значений

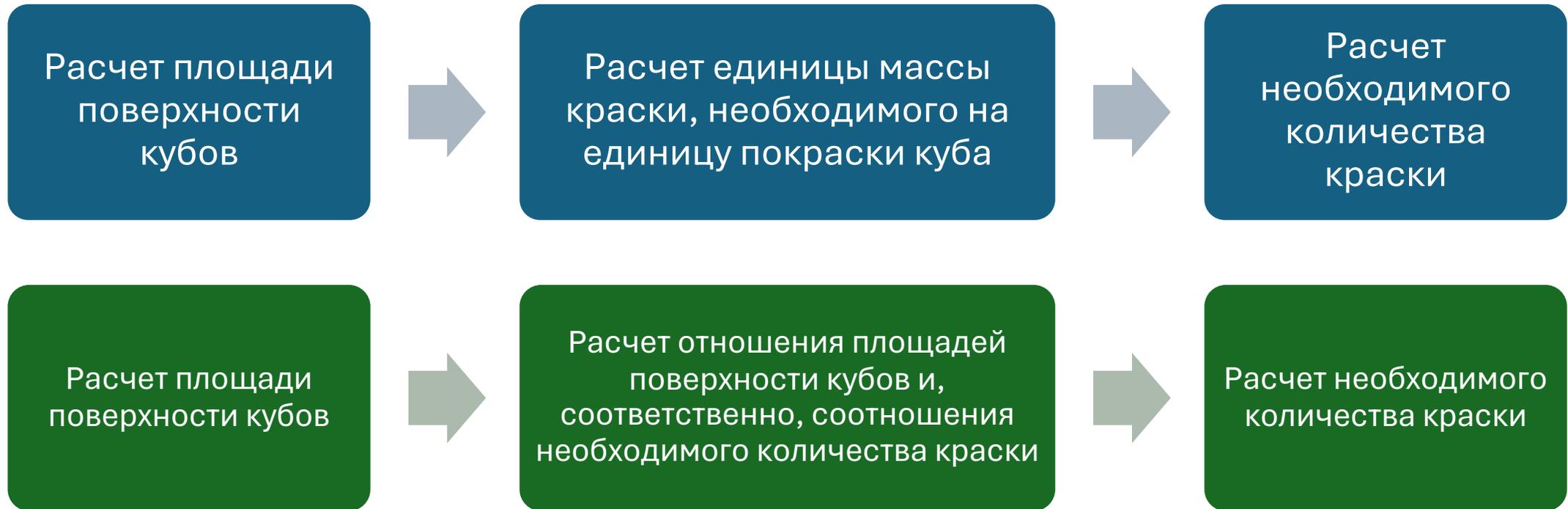
## Пример:

### Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ

На покраску кубика размером  $2 \times 2 \times 2$  (см) потребовалось 2 грамма краски. Сколько краски потребуется на покраску кубика размером  $6 \times 6 \times 6$  (см)?

### Комментарии:

Возможно два пути решения:



# Верное решение задачи №7

Площадь поверхности кубика 2х2х2 составляет:

$$2 \times 2 \times 6 = 24$$

Площадь поверхности кубика 6х6х6 составляет:

$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

Площадь поверхности кубика 6х6х6 больше площади поверхности кубика 2х2х2 в:

$$216 : 24 = 9 \text{ раз}$$

Значит краски потребуется в 9 раз больше:

$$2 \times 9 = 18 \text{ г}$$

**Ответ:** 18 г краски понадобится на покраску куба 6х6х6.

# Критерии задания №7

- +2 балла** при наличии выводов о площади кубиков  $2 \times 2 \times 2$  и  $6 \times 6 \times 6$
- +1 балл** при нахождении, во сколько раз площадь поверхности одного кубика больше другой
- +1 балл** при наличии выводов и вычислений о необходимом количестве краски для покраски кубика  $6 \times 6 \times 6$

# Задание №8

Задание 8 считается выполненным, если решение геометрической задачи соответствует критериям правильного ответа. При арифметической ошибке в заданиях 6-8 задание оценивается на 1 балл ниже предусмотренных максимальных баллов.

**Пример:**

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

Докажите, что доску размером  $22 \times 15$  можно разрезать на 22 прямоугольные заготовки размером  $3 \times 5$ .

**Пример:**

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

Докажите, что доску размером  $22 \times 15$  можно разрезать на 22 прямоугольные заготовки размером  $3 \times 5$ .

**Основная идея задачи** – рассмотрение возможности разрезания или применение метода раскрасок при доказательстве невозможности разрезания доски на наборы фигур.

**Идея метода раскраски** состоит в том, что мы делим математические объекты на группы, наделяя их некоторыми свойствами. Каждой группе ставим в соответствие свой цвет, а затем составляем цветовую модель, которая помогает найти правильное решение.

## **Пример:**

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

Докажите, что доску размером  $22 \times 15$  можно разрезать на 22 прямоугольные заготовки размером  $3 \times 5$ .

## **Комментарии:**

В ходе решения задачи приветствуются численные доказательства возможности разрезания. Например:

$$\begin{aligned} 22 \times 15 &= 330 \text{ (кл.)} - \text{ всего на доске} \\ 3 \times 5 &= 15 \text{ (кл.)} - \text{ в одной заготовке} \\ 330 : 15 &= 22 \text{ (заготовки)} \end{aligned}$$

**За наличие вычислений, обозначающих возможность/невозможность разрезания ставится 3 балла.**

Таким образом, можно сделать вывод о возможности разрезания. Однако данное решение нельзя оценить на полный балл, так как это не является полным доказательством.

## **Пример:**

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

Докажите, что доску размером  $22 \times 15$  можно разрезать на 22 прямоугольные заготовки размером  $3 \times 5$ .

## **Комментарии:**

Для доказательства возможности разрезания необходимо привести пример разрезания, соответствующего вычислениям. Если приведен пример разрезания, соответствующий условию, однако без вычислений, ставится полный балл.

Для доказательства невозможности разрезания применяется метод раскрасок. Сама раскраска уже дана участникам – это шахматная раскраска, фигурирующая в условии задачи.

Таким образом, доказательство должно содержать рассуждения о невозможности разрезания, обоснованные вычислениями.

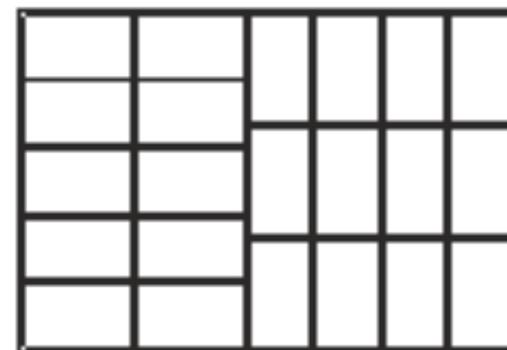
## Пример:

**Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ**

Докажите, что доску размером  $22 \times 15$  можно разрезать на 22 прямоугольные заготовки размером  $3 \times 5$ .

## Решение задачи:

Разрежем доску на три поперек стороны 22:  $5 \times 15$ ,  $5 \times 15$  и  $12 \times 15$ . Теперь третий кусок разрежем вдоль стороны 12 на четыре равных куска  $3 \times 15$ . Всего получится 6 кусков — два  $5 \times 15$  и четыре  $3 \times 15$ . Из первых двух кусков мы получим по 5 заготовок  $5 \times 3$ , а из оставшихся четырех — по 3 заготовки  $3 \times 5$ . Итого, получится 22 куска (см. рисунок).



## Пример:

Решите задачу и запишите развернутое решение и ответ

Доказать, что клетчатую доску  $10 \times 10$  нельзя разрезать по линиям сетки на прямоугольники  $1 \times 4$ . (Решения по Д.Ю. Кузнецову.)

## Решение задачи:

Разделим доску на квадраты  $2 \times 2$  и раскрасим их в шахматном порядке (рис.1) **(+1 балл)**. Заметим, что любой прямоугольник  $1 \times 4$  содержит поровну (по 2) чёрных и белых клеток **(+1 балл)**, но при данной раскраске на доске 52 чёрных клетки и 48 белых, т.е. не поровну **(+1 балл)**. Значит, разрезать доску  $10 \times 10$  на прямоугольники  $1 \times 4$  не удастся **(+2 балла)**.

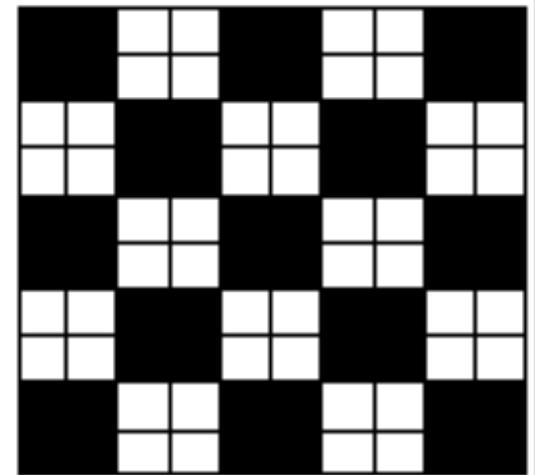


рис.1



## Доказательство возможности существования разрезания

**3 балла** ставится при наличии общих выводов о возможном количестве «маленьких» фигур

Полный балл (**5 баллов**) ставится:

- При наличии должных вычислений, а также верного примера разбиения
- При наличии верного примера разбиения

## Доказательство невозможности существования разрезания

Каждый обязательный элемент решения оценивается отдельно:

- Выбор раскраски (**+1 балл**)
- Общая оценка количества клеток каждого цвета (**+1 балл**)
- Рассуждения о возможном количестве клеток каждого цвета в каждой фигуре (**+1 балл**)
- Финальные выводы о невозможности разбиения (**+2 балла**)

# Подведение итогов

Максимальный балл за выполнение всей работы – 25 баллов.  
Общая сумма баллов за задачи базового уровня – 12 баллов,  
повышенного – 13 баллов.